



CONCURSO VESTIBULAR PUC-RIO - 2026
2º DIA - TARDE
GABARITO
GRUPO 3

PROVAS OBJETIVAS DE
CIÊNCIAS DA NATUREZA E DE
CIÊNCIAS HUMANAS
PROVA DISCURSIVA DE MATEMÁTICA

19 de outubro de 2025

CLASSIFICAÇÃO PERIÓDICA DOS ELEMENTOS

Com massas atômicas referidas ao isótopo 12 do carbono

18

Com massas atômicas referidas ao isótopo 12 do carbono																				
IA		VIII A																		
1	2											13	14	15	16	17	18			
HIDROGÊNIO																				
1	H	IIA										IIIA		IVA	VA	VIA	VIIA	HELIO		
1,0079												5	6	7	8	9		2		
3	Li	4											CARBONO		C	N	O	F	NEÔNIO	
6,941(2)		9,0122											BORO		B					
11	Na	12											ALUMÍNIO		Al	14	15	16	17	18
22,990		Mg											26,982		Si	P	S	Cl	Ar	
		24,305													28,086	30,974	32,066(6)	35,453	39,948	
19	K	20											GÁLIO		Ga	32	33	34	35	36
39,098		Ca											65,39(2)		Zn	69,723	72,61(2)	74,922	78,96(3)	83,80
		40,078(4)											ZINCO		Cu	63,546(3)	65,39(2)	69,723	72,61(2)	74,922
37	Rb	38											ÍNDIO		In	50	51	52	53	54
85,468		Sr											112,41		Cd	114,82	118,71	121,76	126,90	131,29(2)
		87,62											CÁDMIO		Ag	107,87	112,41	118,71	121,76	126,90
37	Rb	38											RUTÊNIO		Pd	106,42	112,41	118,71	121,76	126,90
		87,62											RÓDIO		Rh	102,91	112,41	118,71	121,76	126,90
		88,906											TECNÉCIO		Tc	98,906	112,41	118,71	121,76	126,90
		88,906											MOLIBDÊNIO		Mo	95,94	112,41	118,71	121,76	126,90
		88,906											VANÁDIO		V	50,942	112,41	118,71	121,76	126,90
		88,906											CRÔMIO		Cr	51,996	112,41	118,71	121,76	126,90
		88,906											COBALTO		Co	58,933	112,41	118,71	121,76	126,90
		88,906											NÍQUEL		Ni	58,693	112,41	118,71	121,76	126,90
		88,906											COBRE		Cu	63,546(3)	65,39(2)	69,723	72,61(2)	74,922
		88,906											ZINCO		Zn	65,39(2)	69,723	72,61(2)	74,922	78,96(3)
		88,906											GÁLIO		Ga	69,723	72,61(2)	74,922	78,96(3)	83,80
		88,906											GERMÂNIO		Ge	72,61(2)	74,922	78,96(3)	83,80	87,62
		88,906											TELÚRIO		Te	127,60(3)	126,90	131,29(2)	135,90	139,90
		88,906											TELÚRIO		Te	127,60(3)	126,90	131,29(2)	135,90	139,90
		88,906											TELÚRIO		Te	127,60(3)	126,90	131,29(2)	135,90	139,90
		88,906											TELÚRIO		Te	127,60(3)	126,90	131,29(2)	135,90	139,90
		88,906											TELÚRIO		Te	127,60(3)	126,90	131,29(2)	135,90	139,90
		88,906											TELÚRIO		Te	127,60(3)	126,90	131,29(2)	135,90	139,90
		88,906											TELÚRIO		Te	127,60(3)	126,90	131,29(2)	135,90	139,90
		88,906											TELÚRIO		Te	127,60(3)	126,90	131,29(2)	135,90	139,90
		88,906											TELÚRIO		Te	127,60(3)	126,90	131,29(2)	135,90	139,90
		88,906											TELÚRIO		Te	127,60(3)	126,90	131,29(2)	135,90	139,90
		88,906											TELÚRIO		Te	127,60(3)	126,90	131,29(2)	135,90	139,90
		88,906											TELÚRIO		Te	127,60(3)	126,90	131,29(2)	135,90	139,90
		88,906											TELÚRIO		Te	127,60(3)	126,90	131,29(2)	135,90	139,90
		88,906											TELÚRIO		Te	127,60(3)	126,90	131,29(2)	135,90	139,90
		88,906											TELÚRIO		Te	127,60(3)	126,90	131,29(2)	135,90	139,90
		88,906											TELÚRIO		Te	127,60(3)	126,90	131,29(2)	135,90	139,90
		88,906											TELÚRIO		Te	127,60(3)	126,90	131,29(2)	135,90	139,90
		88,906											TELÚRIO		Te	127,60(3)	126,90	131,29(2)	135,90	139,90
		88,906											TELÚRIO		Te	127,60(3)	126,90	131,29(2)	135,90	139,90
		88,906											TELÚRIO		Te	127,60(3)	126,90	131,29(2)	135,90	139,90
		88,906											TELÚRIO		Te	127,60(3)	126,90	131,29(2)	135,90	139,90
		88,906											TELÚRIO		Te	127,60(3)	126,90	131,29(2)	135,90	139,90
		88,906											TELÚRIO		Te	127,60(3)	126,90	131,29(2)	135,90	139,90
		88,906											TELÚRIO		Te	127,60(3)	126,90	131,29(2)	135,90	139,90
		88,906											TELÚRIO		Te	127,60(3)	126,90	131,29(2)	135,90	139,90
		88,906											TELÚRIO		Te	127,60(3)	126,90	131,29(2)	135,90	139,90
		88,906											TELÚRIO		Te	127,60(3)	126,90	131,29(2)	135,90	139,90
		88,906											TELÚRIO		Te	127,60(3)	126,90	131,29(2)	135,90	139,90
		88,906											TELÚRIO		Te	127,60(3)	126,90	131,29(2)	135,90	139,90
		88,906											TELÚRIO		Te	127,60(3)	126,90	131,29(2)	135,90	139,90
		88,906											TELÚRIO		Te	127,60(3)	126,90	131,29(2)	135,90	139,90
		88,906											TELÚRIO		Te	127,60(3)	126,90	131,29(2)	135,90	139,90
		88,906											TELÚRIO		Te	127,60(3)	126,90	131,29(2)	135,90	139,90
		88,906											TELÚRIO		Te	127,60(3)	126,90	131,29(2)	135,90	139,90
		88,906											TELÚRIO		Te	127,60(3)	126,90	131,29(2)	135,90	139,90
		88,906											TELÚRIO		Te	127,60(3)	126,90	131,29(2)	135,90	139,90
		88,906											TELÚRIO		Te	127,60(3)	126,90	131,29(2)	135,90	139,90
		88,906											TELÚRIO		Te	127,60(3)	126,90	131,29(2)	135,90	139,90
		88,906											TELÚRIO		Te	127,60(3)	126,90	131,29(2)	135,90	139,90
		88,906											TELÚRIO		Te	127,60(3)	126,90	131,29(2)	135,90	139,90
		88,906											TELÚRIO		Te	127,60(3)	126,90	131,29(2)	135,90	139,90
		88,906											TELÚRIO		Te	127,60(3)	126,90	131,29(2)	135,90	139,90
		88,906											TELÚRIO		Te	127,60(3)	126,90	131,29(2)	135,90	139,90
		88,906											TELÚRIO		Te	127,60(3)	126,90	131,29(2)	135,90	139,90
		88,906											TELÚRIO		Te	127,60(3)	126,90	131,29(2)	135,90	139,90</

Série dos Lantanídeos

57 La LANTÂNIO	58 Ce CÉRIO	59 Pr PRASEODÍMIO	60 Nd NEODÍMIO	61 Pm PROMÉCIO	62 Sm SAMÁRIO	63 Eu EURÓPIO	64 Gd GADOLÍNIO	65 Tb TÉRBIO	66 Dy DISPRÓSIO	67 Ho HÓLMIO	68 Er ÉRBIO	69 Tm TÚLIO	70 Yb ÍTERBIO	71 Lu LUTÉCIO
----------------------	-------------------	-------------------------	----------------------	----------------------	---------------------	---------------------	-----------------------	--------------------	-----------------------	--------------------	-------------------	-------------------	---------------------	---------------------

Série dos Actinídeos

89 Ac ACTÍNIO	90 Th TÓRIO	91 Pa PROTACTÍNIO	92 U URÂNIO	93 Np NETÚNIO	94 Pu PLUTÔNIO	95 Am AMÉRICIO	96 Cm CÚRIO	97 Bk BERQUÍLIO	98 Cf CALIFÓRNIO	99 Es EINSTEÍNIO	100 Fm FÉRMIO	101 Md MENDELÉVIO	102 No NOBÉLIO	103 Lr LAURÊNCIO
---------------------	-------------------	-------------------------	-------------------	---------------------	----------------------	----------------------	-------------------	-----------------------	------------------------	------------------------	---------------------	-------------------------	----------------------	------------------------

Número Atômico
Símbolo
Nome do Elemento
Massa Atômica

Massa atômica relativa. A incerteza no último dígito é ± 1, exceto quando indicado entre parênteses.

CIÊNCIAS DA NATUREZA

1

Em uma região agrícola, o uso excessivo de fertilizantes nitrogenados levou ao escoamento de nitratos para rios e lagos próximos. Com o tempo, observou-se um aumento anormal da proliferação de algas na superfície da água, seguido pela morte de peixes e de outros organismos aquáticos. Esse fenômeno, conhecido como eutrofização, está diretamente relacionado ao ciclo do nitrogênio e pode causar desequilíbrios ecológicos significativos nos ecossistemas aquáticos.

O fenômeno de eutrofização ocorre porque

- (A) a decomposição das algas libera gás carbônico, que se acumula na água e impede a respiração dos peixes por bloqueio físico.
- (B) a presença de nitratos favorece o crescimento excessivo de algas, que consomem oxigênio durante a decomposição, causando a morte de organismos aquáticos.
- (C) o nitrogênio é totalmente removido da água, impedindo o crescimento de organismos produtores.
- (D) o excesso de nitrogênio na água estimula a fotossíntese do zooplâncton, aumentando a produção de oxigênio e favorecendo a biodiversidade.
- (E) os fertilizantes interrompem o ciclo do nitrogênio, impedindo a fixação biológica do nitrogênio atmosférico.

2

O sarampo havia sido eliminado no Brasil em 2016, mas voltou a circular a partir de 2018, especialmente nas regiões Norte e Sudeste, devido à queda na cobertura vacinal. A pandemia de covid-19 agravou esse cenário, afetando a rotina de vacinação e ampliando a circulação de desinformação sobre imunização. Após ações coordenadas de vacinação e vigilância, o Brasil foi recertificado pela Organização Pan-Americana de Saúde (OPAS) como livre do sarampo em 2024.

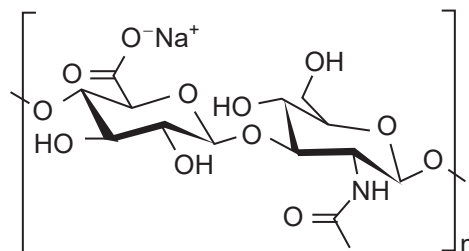
Com base nesse contexto e nos princípios de imunização e defesas do organismo, verifica-se que a

- (A) vacinação é eficaz apenas em crianças, sendo desnecessária em adultos que não apresentem sintomas.
- (B) vacinação contra o sarampo é recomendada apenas durante surtos, pois a imunidade natural adquirida após a infecção é mais eficaz.
- (C) queda na cobertura vacinal não representa risco para doenças já eliminadas, pois o vírus não circula mais no país.
- (D) imunização coletiva depende da vacinação em massa, que protege inclusive indivíduos que não podem ser vacinados.
- (E) desinformação sobre vacinas não interfere na saúde pública, pois a decisão de se vacinar é estritamente individual.

3

O ácido hialurônico é um polissacarídeo naturalmente presente na matriz extracelular de alguns tecidos corporais. Ultimamente, versões sintéticas dessa molécula vêm sendo empregadas com função estética em injeções intradérmicas na face, procedimento conhecido como harmonização facial.

A estrutura química do ácido hialurônico é apresentada a seguir.



Disponível em: http://www.thecosmeticchemist.com/molecule_of_the_week/hyaluronic_acid.html. Acesso em: 10 jun. 2025.

Qual é a descrição da ação desse ácido na pele quando usado com finalidade estética?

- (A) O ácido hialurônico atua paralisando os músculos da face, amenizando as rugas.
- (B) O ácido hialurônico, por ter natureza proteica, atua como agente estruturante da pele, agindo como colágeno e uniformizando a pele.
- (C) O ácido hialurônico, por ser um carboidrato, atua fornecendo energia diretamente às células produtoras de colágeno, facilitando a sua produção e a manutenção da pele.
- (D) O ácido hialurônico neutraliza, com sua acidez, o pH alcalino deixado pela degradação de células envelhecidas na pele, promovendo uma renovação do tecido.
- (E) As cargas negativas da molécula do ácido hialurônico atraem íons de sódio, que são osmoticamente ativos, atraindo moléculas de água para a região e, assim, preenchendo espaços na pele.

4

Considere as afirmativas a seguir.

- I - O surgimento dos vasos condutores nas plantas foi crucial para a adaptação e a conquista do ambiente terrestre, permitindo a distribuição eficiente de água e nutrientes por toda a planta.
- II - Os vasos condutores estão presentes em Briófitas, Gimnospermas e Angiospermas.
- III - A presença de vasos condutores nas traqueófitas, como samambaias e araucárias, permitiu que essas plantas se tornassem mais robustas e se espalhassem por diversos habitats.

É correto o que se afirma em

- (A) I, apenas.
- (B) I e II, apenas.
- (C) I e III, apenas.
- (D) II e III, apenas.
- (E) I, II e III.

5

Considere a Figura a seguir.



Disponível em: <https://x.com/dragoesgaragem/status/1743252230910689395?t=tiwdoUGXWwQM6QXpvt73BQ&s=08>. Acesso em: 27 jun 2025. Adaptado.

Sabendo-se que a característica “enrugada” apresenta herança autossômica recessiva, verifica-se que

- (A) Elvira e seus pais são heterozigotos para a característica “enrugada”.
- (B) Elvira e seus pais são homozigotos para a característica “enrugada”.
- (C) Elvira é heterozigota para a característica “enrugada”, e seus pais são homozigotos para essa característica.
- (D) Elvira é homozigota para a característica “enrugada”, e seus pais são heterozigotos para essa característica.
- (E) Elvira e sua mãe são homozigotas para a característica “enrugada”, e seu pai é heterozigoto para essa característica.

6

Animais homeotérmicos são aqueles que têm a capacidade de manter sua temperatura corporal constante, independentemente da temperatura ambiental.

São animais homeotérmicos:

- (A) cabra e bem-te-vi
- (B) sardinha e jacaré
- (C) tartaruga e jararaca
- (D) leão e piranha
- (E) pombo e camaleão

7

Considere a manchete apresentada abaixo.

Fungo “zumbi” Cordyceps de The Last of Us pode infectar humanos? Ciência explica

Na série, Cordyceps é transmitido de humano para humano por meio de uma mordida, na vida real, o fungo afeta apenas insetos

Elmer Huerta, da CNN

27/01/23 às 08:56 | Atualizado 27/01/23 às 15:38

Disponível em: <https://www.cnnbrasil.com.br/saude/fungo-zumbi-cordyceps-de-the-last-of-us-pode-infectar-humanos-ciencia-explica/>. Acesso em: 16 jun. 2025. Adaptado.

O termo “Cordyceps” se refere a um gênero de fungo.

Considerando-se a nomenclatura biológica proposta por Linnaeus, esse termo está com sua grafia

- (A) correta, pois nome de gênero deve ser iniciado com letra maiúscula sem outros destaques.
- (B) correta, pois nome de gênero tem a grafia livre.
- (C) incorreta, pois é obrigatório o uso do nome específico quando há o gênero.
- (D) incorreta, pois nome de gênero deve ser iniciado com letra minúscula.
- (E) incorreta, pois o termo, além de começar com letra maiúscula, deve estar destacado, em itálico ou sublinhado.

8

A poluição ambiental é um dos principais fatores de desequilíbrio ecológico no planeta. Diante desse cenário, ações de conservação e de preservação tornam-se fundamentais para garantir a sustentabilidade dos ecossistemas. Nesse contexto, analise as ações a seguir, considerando os impactos da poluição e as estratégias de conservação e de preservação ambiental.

- I - Uma indústria química instala filtros em suas chaminés para reduzir a emissão de gases tóxicos.
- II - Uma comunidade tradicional impede a construção de um *resort* em uma área de floresta nativa.
- III - Um grupo de voluntários realiza mutirões de limpeza em praias urbanas poluídas.
- IV - Um governo estadual cria uma unidade de conservação de proteção integral em uma área de mata atlântica.

As ações apresentadas estão corretamente classificadas em:

- (A) I e II – Preservação; III e IV – Conservação
- (B) I e III – Preservação; II e IV – Conservação
- (C) I e III – Conservação; II e IV – Preservação
- (D) I e IV – Conservação; II e III – Preservação
- (E) I, II, III e IV – Conservação

9

A constante de estrutura fina α é uma constante adimensional que vale aproximadamente $1/137$. Essa constante pode ser representada da seguinte forma:

$$\alpha = \frac{2\pi k e^2}{hc^n}$$

Onde:

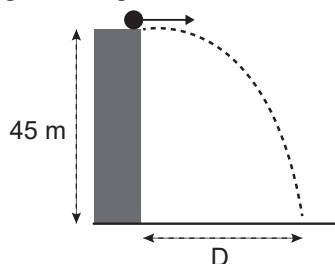
- k é a constante eletromagnética (medida em $\text{N m}^2/\text{C}^2$);
- e é a carga do elétron (medida em C);
- h é a constante de Planck (medida em J.s);
- c é a velocidade da luz (medida em m/s); e
- n é o expoente de c .

O valor de n , para garantir a adimensionalidade de α , deve ser

- (A) -2
(B) -1
(C) 0
(D) 1
(E) 2

10

Uma bola é lançada horizontalmente, com velocidade de 12 m/s, do alto de um edifício de 45 m de altura, como mostrado na Figura a seguir.



Desprezando-se os efeitos de resistência do ar, a que distância D , em m, da base do edifício a bola toca o solo?

- (A) 12
(B) 21
(C) 36
(D) 45
(E) 54

Dado
 $g = 10 \text{ m/s}^2$

11

Os elevadores mais rápidos do mundo podem atingir velocidades de cerca de 20 m/s. Considere um elevador desse tipo que, a partir do repouso, atinge essa velocidade em um tempo de 5 s, ao levantar 20 pessoas (1.500 kg), além de sua própria massa (1.000 kg).

Nessa condição, qual é a potência média realizada, em W, sobre o elevador?

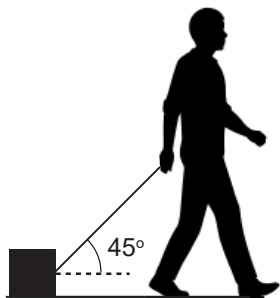
- (A) 10
(B) 10^2
(C) 10^3
(D) 10^4
(E) 10^5

RASCUNHO

Continua

12

Um rapaz arrasta, com velocidade constante, uma caixa de 7,0 kg em um piso horizontal, utilizando uma força que faz um ângulo de 45° com a horizontal, conforme mostrado na Figura.



Sabendo-se que o coeficiente de atrito cinético entre a caixa e o piso é 0,4, qual é a força normal, em N, que age sobre o bloco?

- (A) 28
(B) 35
(C) 42
(D) 50
(E) 70

Dado
 $g = 10 \text{ m/s}^2$
 $\sin 45^\circ = \cos 45^\circ \cong 0,7$

13

Um mol de um gás ideal tem, inicialmente, pressão p_1 , temperatura T_1 e volume V_1 . Esse gás sofre um processo isovolumétrico de T_1 a T_2 , onde $T_2 = T_1/2$. Esse mesmo mol de gás sofre, em seguida, uma compressão isotérmica de $V_2 (= V_1)$ até $V_3 = V_1/2$.

Considerando-se que p_3 é a pressão ao final dos dois processos e p_1 é a pressão inicial, qual é a razão p_3/p_1 ?

- (A) $\frac{1}{2}$
(B) 1
(C) 2
(D) 3
(E) 4

14

A força eletrostática entre as cargas Q e q , a uma distância R , é F_1 . Ao fazer a transformação $(Q, q, R) \rightarrow (4Q, q/2, 2R)$, a força será F_2 .

Qual é a razão F_1/F_2 ?

- (A) 0
(B) $\frac{1}{2}$
(C) 1
(D) 2
(E) 8

15

Em piso horizontal, trafegam dois carros: o carro A, com velocidade de 20 m/s, e o carro B, à sua frente, com velocidade de 10 m/s, ambos indo no mesmo sentido. A massa dos dois carros é a mesma e igual a 1.000 kg. O carro A colide e se trava ao carro B, e ambos passam a seguir juntos.

Qual é a perda de energia cinética do conjunto, em kJ, devido à colisão?

- (A) 25,0
(B) 27,5
(C) 30,0
(D) 32,5
(E) 35,0

16

Uma menina senta na borda de um lago tranquilo, com água calma e totalmente cristalina. Há várias pedras no fundo do lago, como mostrado na Figura a seguir, em que as escalas de tamanho relativo são realistas ao problema.



Nesse contexto, considere as afirmações a seguir.

- I - Ao curvar a cabeça para baixo e olhar para a água, a menina pode ver seu próprio reflexo, devido ao fenômeno de refração.
II - Ao olhar para o fundo do lago, próximo de onde está sentada, a menina vê as pedras parecendo mais longe do que realmente estão.
III - Sendo a água bem cristalina, a menina consegue ver todas as pedras submersas.

É correto **APENAS** o que se afirma em

- (A) I
(B) II
(C) I e II
(D) I e III
(E) II e III

Dado
 $n_{\text{ar}} = 1,0$
 $n_{\text{água}} = 1,3$

17

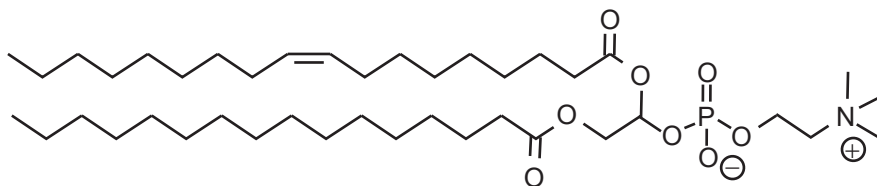
Ao conectar uma bateria não ideal a um voltímetro, a leitura é de 12 V. Essa bateria é então conectada a um resistor de resistência 90Ω , e observa-se que a corrente no circuito é 100 mA.

Qual é a resistência interna da bateria, em Ω ?

- (A) 0
(B) 30
(C) 60
(D) 90
(E) 120

18

A fosfatidilcolina é um fosfolípido de ocorrência natural encontrado na gema do ovo. Sua estrutura é mostrada a seguir.



A estrutura apresentada possui

- (A) uma cadeia *trans*
- (B) caráter anfifílico
- (C) caráter lipofílico, somente
- (D) caráter hidrofílico, somente
- (E) cadeias insaturadas, somente

19

O ácido benzoico (C_6H_5COOH) é um ácido carboxílico aromático que pode sofrer nitração em meio ácido (HNO_3/H_2SO_4), obtendo-se, majoritariamente, um derivado mononitro-substituído. Suponha que, após a reação e a purificação, esse derivado passe por análise elementar, com o objetivo de verificar sua composição percentual de carbono (C), hidrogênio (H), nitrogênio (N) e oxigênio (O).

Considerando-se a reatividade do ácido benzoico, o conjunto de dados de análise elementar compatível com o produto esperado da reação é

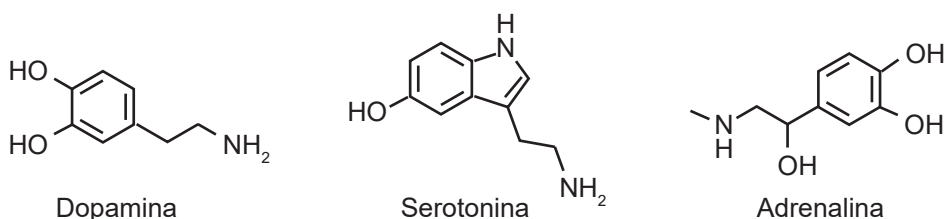
- (A) C = 54,5%; H = 3,9%; N = 0,0%; O = 41,6%
- (B) C = 42,0%; H = 3,0%; N = 14,7%; O = 40,3%
- (C) C = 50,3%; H = 3,0%; N = 8,4%; O = 38,5%
- (D) C = 40,0%; H = 2,3%; N = 17,1%; O = 40,6%
- (E) C = 61,0%; H = 5,1%; N = 7,3%; O = 26,6%

Dado

$M_O = 16 \text{ g mol}^{-1}$;
 $M_H = 1 \text{ g mol}^{-1}$;
 $M_C = 12 \text{ g mol}^{-1}$;
 $M_N = 14 \text{ g mol}^{-1}$.

20

A dopamina, a serotonina e a adrenalina são neurotransmissores envolvidos em processos biológicos como regulação do humor, atenção e resposta ao estresse. As estruturas moleculares desses neurotransmissores são mostradas a seguir.

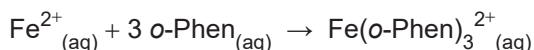


Com base nas estruturas apresentadas e nas propriedades estruturais e funcionais dessas moléculas, verifica-se que

- (A) a adrenalina é quiral, o que permite a existência de isômeros ópticos com diferentes atividades biológicas.
- (B) a serotonina e a dopamina são insolúveis em água, devido à presença de anéis aromáticos e à ausência de grupos polares significativos.
- (C) a presença de grupos fenólicos nas três moléculas torna-as fortemente básicas, favorecendo a captação de prótons em meio fisiológico.
- (D) as aminas presentes nessas moléculas podem aceitar prótons, conferindo caráter ácido a essas substâncias em solução aquosa.
- (E) todas são quirais, significando que são sempre encontradas como misturas de isômeros ópticos nos organismos vivos.

21

A ortofenantrolina (o-Phen) é um reagente usado para quantificação de Fe^{2+} em solução. A reação entre a o-Phen e o Fe^{2+} gera um produto solúvel de cor vermelha cujo tom é mais intenso quanto maior for a concentração de Fe^{2+} na solução. A equação dessa reação é representada a seguir.



Considere que, para obter o tom avermelhado máximo, foi necessário adicionar 0,12 milimol de o-Phen a 100 mL de solução contendo Fe^{2+} .

Com base nessa informação, a concentração de Fe^{2+} , em mol L^{-1} , na solução era

(A) 0,0002

(B) 0,0004

(C) 0,0006

(D) 0,0008

(E) 0,0010

Dado

1 milimol = 10^{-3} mol

22

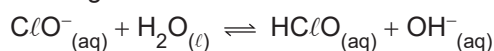
O mármore, composto essencialmente por carbonato de cálcio (CaCO_3), é reagido com solução aquosa de ácido para limpeza de pisos (solução aquosa de HCl). Essa reação gera efervescência com a produção de gás CO_2 .

A velocidade de formação de CO_2 é maior quando se adiciona

(A) pedra de mármore à solução de HCl a 0°C .(B) pedra de mármore à solução de HCl a 20°C .(C) pedra de mármore à solução de HCl a 30°C .(D) pedra de mármore pulverizada à solução de HCl a 20°C .(E) pedra de mármore pulverizada à solução de HCl a 30°C .

23

O hipoclorito de sódio (NaClO) é um composto usado em soluções desinfetantes. Esse composto se dissocia formando ClO^- , que reage com água formando o ácido hipocloroso (HClO), que é um oxidante, conforme mostrado na reação a seguir.



Analisando-se essa reação, verifica-se que

(A) ela é uma reação do tipo redox.

(B) a água cumpre o papel de ácido de Bronsted-Lowry.

(C) o HClO é ácido forte.

(D) o pH da solução não se altera.

(E) o Nox do Cl varia de 0 para -1.

24

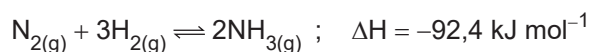
Ligações iônicas são encontradas no seguinte composto:

(A) SO_2 (B) CH_4 (C) SrF_2 (D) HCl (E) BF_3

25

O processo Haber-Bosch é utilizado para a produção de amônia (NH_3), um composto essencial para a fabricação de fertilizantes. Nesse processo, há uma reação entre o gás nitrogênio (N_2), retirado do ar, e o gás hidrogênio (H_2), geralmente obtido do gás natural. É um processo não espontâneo que ocorre com o uso de catalisadores.

A equação balanceada da reação é a seguinte:



Nesse contexto, dois parâmetros que devem ser controlados no processo para aumentar a produção de amônia são a

(A) pressão e a temperatura da reação

(B) salinidade e a velocidade do vento

(C) luz solar e a umidade relativa do ar

(D) concentração de oxigênio e o pH da solução

(E) densidade do gás e a concentração de argônio

RASCUNHO

CIÊNCIAS HUMANAS

26

Os estudos na área de Geografia da Saúde abordam a relação entre a saúde, a doença e o espaço geográfico e consideram fatores sociais, ambientais e culturais. O profissional que atua nessa área utiliza ferramentas geográficas, como mapas e estatística espacial, para analisar a distribuição de doenças e a desigualdade de acesso a informações e a tecnologias de saúde.

Os estudos na área da Geografia da Saúde estão diretamente relacionados à

- (A) implementação de políticas públicas de saneamento, pois auxiliam os governos a conter vetores geradores de epidemias.
- (B) mudança da relação do homem com o meio ambiente, pois levam à produção de menos resíduos sólidos.
- (C) conscientização do setor industrial com o aquecimento global, pois levam os empresários desse setor a reduzir o lançamento de gases de efeito estufa na atmosfera.
- (D) redução do uso de agrotóxicos na agricultura comercial, pois mostram que a modernização agrícola diminui o impacto da poluição no meio ambiente.
- (E) substituição dos combustíveis fósseis por outras fontes de energia, pois mostram que essas fontes reduzem os gastos do poder público na contenção de doenças.

27

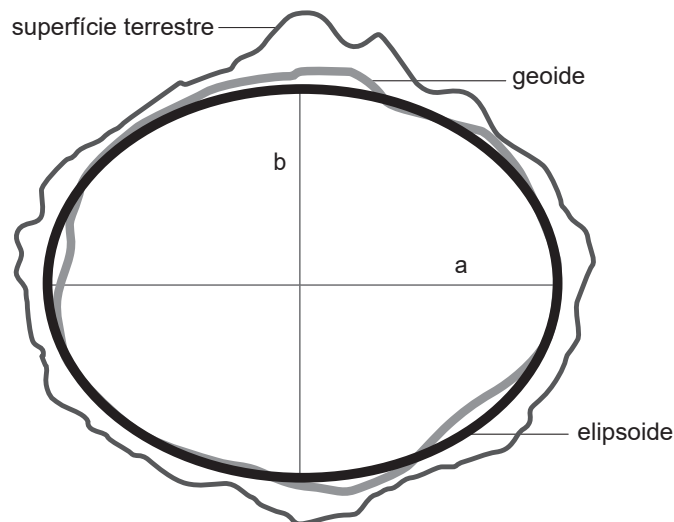
As projeções cartográficas são expressões técnico-científicas da realidade espacial do globo terrestre, mas trazem diversas distorções. No período das Grandes Navegações do século XVI, uma projeção cilíndrica — a de Mercator — era utilizada na circulação marítima.

Essa projeção é caracterizada pela

- (A) distorção das formas continentais, como estratégia para o aumento do poder imperial.
- (B) redução da distância real entre os continentes, para confundir navegantes concorrentes.
- (C) amplificação das rotas mercantis de trajetos já consolidados entre a África e a América.
- (D) preservação do tamanho dos territórios continentais em longitudes mais amplas.
- (E) conservação das formas dos territórios continentais e pela distorção dos seus tamanhos.

28

Considere o modelo em elipsoide da Terra, apresentado a seguir.



Disponível em: <https://www.places.education/cursos/spatial/localizacao/>. Acesso em: 7 jul. 2025. Adaptado.

A determinação da dimensão do planeta Terra é feita por meio de métodos matemáticos e tecnológicos que utilizam geometria, ângulos e ondas de radar para calcular a sua circunferência e o seu raio.

No modelo em elipsoide, registra-se que a extensão do diâmetro equatorial do planeta (a), quando comparada ao seu diâmetro polar (b), é

- (A) igual
- (B) menor
- (C) maior
- (D) irregular
- (E) incalculável

29

Observe a imagem apresentada a seguir.



Disponível em: <https://dialogosinternacionais.com.br/?p=1674>. Acesso em: 7 jul. 2025.

Considere que a projeção da superfície da Terra, na imagem apresentada, representa um grande tabuleiro de xadrez. A posição estratégica das peças desse jogo apresenta a maior disputa geopolítica internacional atual, que se dá no eixo

- (A) EUA - Pacto de Varsóvia
- (B) EUA - Rússia**
- (C) OTAN - Pacto de Varsóvia
- (D) América do Norte - Europa Ocidental
- (E) América do Norte - Europa Oriental

30

A economia superavitária em um país ocorre quando as suas receitas são maiores do que as suas despesas, em um determinado período de tempo.

Quando um país estiver atravessando um período de economia deficitária, o que seu governo deve fazer para reduzir o acúmulo de dívidas?

- (A) Ampliar a produção de papel moeda.
- (B) Contratar mais funcionários públicos.
- (C) Evitar fontes adicionais de financiamento.**
- (D) Investir em novos gastos públicos.
- (E) Pagar a totalidade da dívida externa.

RASCUNHO

31

O bioma da Mata Atlântica brasileira contém cerca de 20 mil espécies vegetais, sendo oito mil delas endêmicas, ou seja, que só se manifestam nessa vegetação. Atualmente, existem apenas 7% de porções vegetais desse bioma, em relação ao que já existiu no território do Brasil.



Disponível em: <https://camaraecamara.wordpress.com/wp-content/uploads/2009/12/mata-atlantica-desmatamento.jpg>. Acesso em: 16 jul. 2025. Adaptado.

A Mata Atlântica contribui para a economia brasileira por meio da

- (A) utilização das terras florestais férteis para cultivos comerciais de *commodities*.
- (B) exploração de princípios ativos das plantas nativas para novos medicamentos.
- (C) produção de energia limpa devido ao potencial hidráulico das suas microbacias.
- (D) delimitação dos mananciais de água potável para mercados com escassez hídrica.
- (E) comercialização de madeiras nobres para os mercados norte-americano e chinês.

32

Segundo a *Food and Agriculture Organization* (FAO), toda população deve estar em condição de, a qualquer momento, ter acesso físico, econômico e social a alimentos seguros, nutritivos e suficientes para uma vida ativa e saudável.

Essa condição acessível é denominada

- (A) base nutricional
- (B) equidade nutritiva
- (C) qualidade calórica
- (D) segurança alimentar
- (E) seguridade energética

33

Inteligência Artificial: Sonho, Pesadelo ou Evolução?



Disponível em: <https://ufabcedivulgaciencia.proec.ufabc.edu.br/2024/09/27/inteligencia-artificial-sonho-pesadelo-ou-evolucao-pt-2/>. Acesso em: 7 jul. 2025.

A Inteligência Artificial (IA) faz parte da atual fase da revolução tecnológica vivenciada pela humanidade no século XXI. No entanto, têm surgido receios, desconfiças, expectativas e deslumbramentos no que se refere à capacidade dessa tecnologia em recriar a realidade cotidiana.

Nesse contexto, o uso da IA gera a **questão ética** da possibilidade de

- (A) aumento do iletrismo do ser humano.
- (B) desaparecimento imediato dos empregos.
- (C) substituição definitiva do homem pela máquina.
- (D) padronização dos valores plurais da humanidade.
- (E) superioridade da inteligência não humana em relação à humana.

34

Para cada real investido em saneamento básico quatro reais são economizados em saúde pública.

Instituto Trata Brasil, 2018. Adaptado.

NÃO faz(em) parte do conjunto de serviços de saneamento básico:

- (A) uso de células fotovoltaicas como fonte de energia
- (B) coleta, transporte e tratamento de esgoto sanitário
- (C) tratamento e abastecimento de águas potáveis
- (D) limpeza urbana e manejo de resíduos sólidos
- (E) drenagem e manejo das águas pluviais



35

Considere o mapa da região metropolitana do Rio de Janeiro, apresentado a seguir.



Disponível em: <https://www.mapasparacolorir.com.br/mapa/rm/rmj/mapa-regiao-metropolitana-rio-de-janeiro.png>. Acesso em: 16 jul. 2025.

A configuração territorial da região metropolitana do Rio de Janeiro foi resultado da

- (A) dinamização da agricultura nos municípios da Baixada Fluminense.
- (B) identidade cultural dos habitantes em torno da Baía de Guanabara.
- (C) industrialização estatal dos territórios municipais metropolitanos conurbados.
- (D) política de planejamento frente à expansão urbana da metrópole e de cidades do entorno.**
- (E) unidade físico-ambiental de municípios cujas bases geomorfológica e hídrica são as mesmas.

RASCUNHO

36

O historiador espanhol Francisco López de Gómara (1511-1564) foi secretário de Hernán Cortés, um dos conquistadores espanhóis. Escreveu *História general de las Indias*, em que contava sobre o princípio da formação do império espanhol na América e sobre a relação dos espanhóis com os indígenas. A seguir, é apresentado um trecho dessa obra.

A grande glória e honra de nossos reis e dos espanhóis foi ter feito os índios aceitarem um só Deus, uma só fé, um só batismo e de lhes ter tirado a idolatria.

GOMARA, F. L. de. *Historia general de las Indias*. In: FERRO, M. **História das colonizações**: das conquistas às independências, séculos XIII a XX. São Paulo: Companhia das Letras, 1996. p. 49.

Esse trecho revela que entre os objetivos da colonização da América pelos espanhóis estava a(o)

- (A) conquista de novos fiéis para a Igreja Católica, então ameaçada pela Reforma Protestante.
- (B) obtenção de mão de obra para as minas de ouro encontradas no Império Asteca.
- (C) ocupação dos territórios astecas e a instalação de plantações de milho para abastecer as colônias.
- (D) estabelecimento de uma dominação, baseada na economia agroexportadora e na escravização dos povos nativos.
- (E) processo de aculturação entre espanhóis e indígenas, baseado na tolerância religiosa.

37

Considere o texto a seguir, no qual Gerson Moura analisa a campanha do petróleo, ocorrida no final dos anos 1940 e início dos 1950.

A campanha do petróleo possibilitou uma aglutinação sem precedentes dos mais distintos tipos de pensamento político, frações sociais e associações profissionais, produzindo uma linha de clivagem inédita no contexto da Guerra Fria e da repressão política. Transversal às estruturas sociais e políticas da sociedade brasileira, o petróleo foi um tema típico do nacionalismo econômico.

MOURA, G. **A campanha do petróleo**. São Paulo: Brasiliense, 1986. p. 90. Adaptado.

Essa campanha foi uma ação de caráter inédito no Brasil, que pode ser associada à(ao)

- (A) defesa do monopólio estatal na exploração do petróleo, em função de seu valor econômico e militar estratégico.
- (B) demanda de grupos políticos associados aos interesses de uma elite empresarial da indústria automobilística.
- (C) pressão social para a substituição do uso de combustíveis fósseis, diante da percepção de seus impactos ao meio ambiente.
- (D) alinhamento diplomático do governo com a União Soviética, reduzindo o acesso ao petróleo norte-americano.
- (E) aumento dos preços internacionais do petróleo, levando a uma série de protestos para redução dos impostos.

38

Considere a imagem a seguir, que representa Toussaint Louverture, líder da Revolução Haitiana iniciada em 1791.



Disponível em: https://www.meisterdrucke.pt/kunstwerke/800px/German_School_Toussaint_Louverture_leader_of_the_Haitian_Revolution_%28engraving%29_-_%28MeisterDrucke-942809%29.jpg. Acesso em: 15 jul. 2025.

No processo de independência do país caribenho,

- (A) foram acatados os fundamentos do colonialismo europeu e iniciou-se um longo período de empobrecimento econômico do país.
- (B) foram confrontadas as forças coloniais francesas e contou-se com o apoio dos britânicos interessados no fim do tráfico negreiro na região.
- (C) houve liderança dos negros e participação massiva de escravizados e libertos na luta pela autonomia política da região.
- (D) manteve-se, após a independência, o modelo escravista e as formas de cultivo e propriedade das terras.
- (E) houve pouco impacto nas outras áreas coloniais da América, tendo em vista que o Haiti era uma das colônias mais pobres da região.

39

A frase “Onde há autoridade, não há liberdade”, atribuída a Mikhail Bakunin (1814-1876), expressa uma visão de mundo em que a autoridade, especialmente aquela exercida pelo Estado, é incompatível com a experiência da liberdade.

Essa frase se tornou a ideia central do

- (A) Maoísmo
- (B) Marxismo
- (C) Leninismo
- (D) Anarquismo
- (E) Liberalismo

40

Os artigos apresentados a seguir foram retirados do Ato Institucional de número 2, publicado em 27 de outubro de 1965, durante o governo do general Humberto Castelo Branco.

Art. 17 - Além dos casos previstos na Constituição federal, o Presidente da República poderá decretar e fazer cumprir a intervenção federal nos Estados [...]

Art. 18 - Ficam extintos os atuais Partidos Políticos e cancelados os respectivos registros. [...]

Art. 31 - A decretação do recesso do Congresso Nacional, das Assembleias Legislativas e das Câmaras de Vereadores pode ser objeto de ato complementar do Presidente da República, em estado de sítio ou fora dele.

Disponível em: https://www.planalto.gov.br/ccivil_03/ait/ait-02-65.htm. Acesso em: 15 jul. 2025.

Esses artigos indicam a(o)

- (A) manutenção da normalidade dos processos eleitorais.
- (B) defesa intransigente do princípio da separação de poderes.
- (C) garantia da autonomia dos estados e de suas constituições.
- (D) preocupação do governo com o desenvolvimento econômico do país.
- (E) caráter autoritário e restritivo de direitos democráticos básicos.

41

O Gráfico a seguir acompanha o desenvolvimento da produção industrial de alguns países entre 1922 e 1938.

O gráfico mostra o índice de produção industrial de cinco países entre 1922 e 1938. O eixo vertical representa o índice de produção, variando de 50 a 180. O eixo horizontal representa os anos, de 1922 a 1938. As linhas representam: Estados Unidos (linha sólida escura), Alemanha (linha tracejada), França (linha pontilhada), Grã-Bretanha (linha sólida clara) e Alemanha (linha tracejada). A produção dos Estados Unidos e da Alemanha mostra um crescimento contínuo, com picos em 1929 e 1937. A França e a Grã-Bretanha apresentam uma queda acentuada em 1929, seguida por uma recuperação gradual.

Ano	Estados Unidos	Alemanha	França	Grã-Bretanha
1922	130	80	80	80
1923	150	90	60	85
1924	140	110	80	90
1925	155	110	95	85
1926	160	120	90	65
1927	158	115	115	90
1928	165	120	115	90
1929	180	140	118	100
1930	140	140	100	85
1931	120	120	80	78
1932	100	100	70	78
1933	110	110	80	85
1934	120	110	90	90
1935	140	120	100	95
1936	170	140	110	105
1937	185	150	115	110
1938	150	140	105	105

BOUILLON, J.; SOHN, A.M. *Histoire, XXe. Siècle*. Paris: Bordas, 1982. Adaptado.

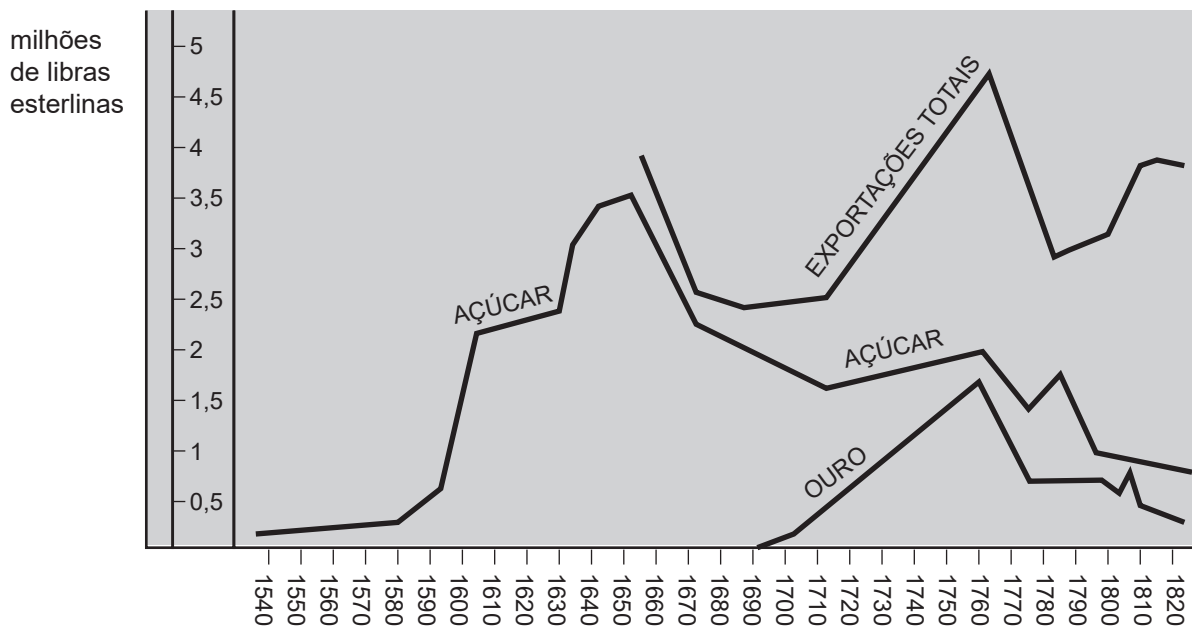
A partir da análise do gráfico, constata-se que

- (A) a França e a Grã-Bretanha foram os países menos afetados pela crise econômica de 1929, tendo se recuperado rapidamente.
- (B) a produção industrial dos principais países capitalistas aumenta continuamente de 1929 até as vésperas da Segunda Guerra Mundial.
- (C) as principais economias capitalistas entram em crise a partir de 1929, gerando um quadro de depressão econômica mundial.
- (D) os principais países industrializados vinham em decadência econômica até 1929, fortalecendo um ambiente de revolução social.
- (E) países como Estados Unidos e Alemanha não conseguem se recuperar da crise de produção, ocorrida em 1929.

42

Durante muito tempo, o açúcar foi o principal produto de exportação do Brasil colonial. Nesse contexto, observe o Gráfico a seguir.

Comércio exterior do Brasil entre 1536 e 1822



SIMONSEN, R. *História econômica do Brasil*. 7. ed. São Paulo: Companhia Ed. Nacional, 1977. Adaptado.

Analisando-se o gráfico, constata-se que a(o)

- (A) exportação de açúcar manteve regularidade ao longo de todo o período colonial.
- (B) exportação de açúcar cresceu até sofrer uma brusca queda em meados do século XVII.
- (C) exportação de açúcar voltou a crescer, no século XVIII, com a decadência da produção aurífera.
- (D) período de maior exportação total coincide com a maior alta na exportação de açúcar.
- (E) período de maior exportação de açúcar equivale ao período de maior exportação de ouro.

43

Justiniano José da Rocha (1812-1862), escritor e político brasileiro, destaca, no trecho a seguir, sua visão sobre o período regencial, entre 1831 e 1840.

Nasci e me criei no tempo da regência; e nesse tempo o Brasil vivia, por assim dizer, muito mais na praça pública do que mesmo no lar doméstico.

ROCHA, J.J., *apud* MATTOS, I.R.; GONÇALVES, M. A. *O império da boa sociedade*. A consolidação do Estado imperial brasileiro. 8.ed. Rio de Janeiro: Atual, 1991. p.32.

Estar "mais na praça pública do que no lar doméstico" é uma alusão do autor a

- (A) celebrações políticas pela abdicação de D. Pedro I.
- (B) festejos promovidos pela Igreja Católica em homenagem a santos padroeiros.
- (C) inúmeras manifestações destinadas a aumentar a participação cidadã.
- (D) manifestações públicas das mulheres em busca de maior participação política.
- (E) revoltas que eclodiram em diversas partes do país.

44

Em 1889, a República foi proclamada no Brasil. Esse processo, que culminou com a derrubada da Monarquia, contou com o envolvimento de diferentes atores.

Sobre esses atores, verifica-se que

- (A) a Igreja esteve sempre ao lado dos grupos republicanos, defensores intransigentes das legítimas tradições nacionais.
- (B) os republicanos acreditavam que os desejos de modernização e o progresso do país não poderiam ser atendidos pelo regime monárquico.
- (C) os militares não tinham estrutura para enfrentar a guarda nacional, sendo necessário apoio internacional para retirada do monarca.
- (D) os cafeicultores do Vale do Paraíba se mantiveram fiéis ao imperador até o último momento, garantindo seus títulos nobiliárquicos.
- (E) os participantes do movimento republicano defendiam a instalação de um governo centralizado e interventor de forma consensual.

45

Observe a charge a seguir.



VICENTINO, Claudio. **História Geral**. São Paulo: Scipione. 2000. p. 263. Adaptado.

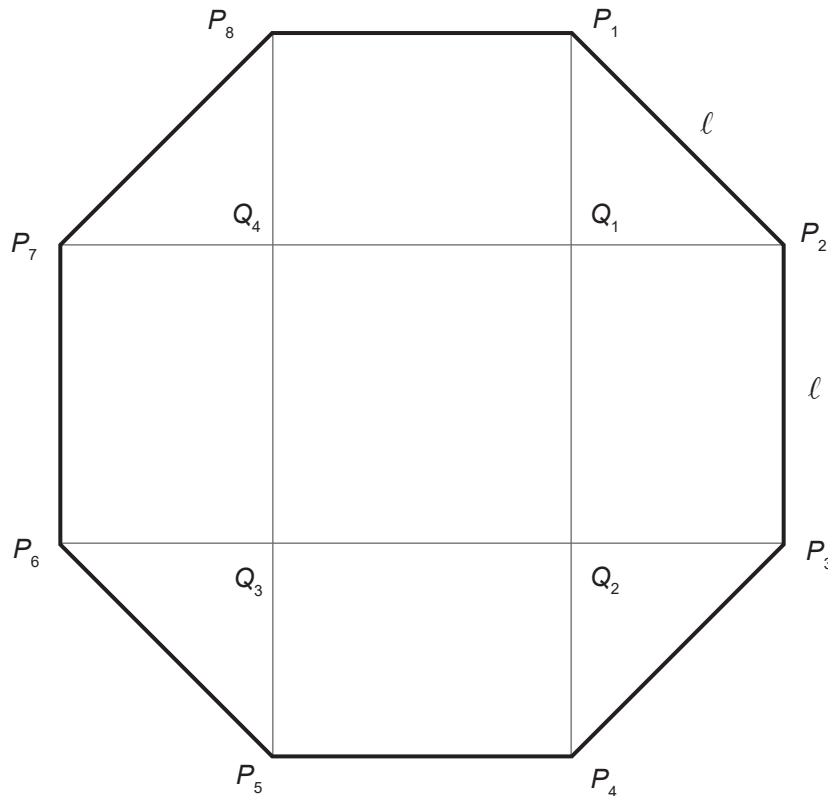
Na charge está representada a

- (A) política norte-americana no período da Guerra Fria, no século XX.
- (B) política da Boa Vizinhança em relação à América Central no século XX.
- (C) política estadunidense pró-independências na América Latina no século XIX.
- (D) formação dos Estados Unidos durante a independência em 1776.
- (E) Missão Civilizadora, em relação à África e à Ásia, no século XIX.

PROVA DISCURSIVA DE MATEMÁTICA

Questão 1 (Valor: 2,5 pontos)

A Figura mostra um octógono regular de lado ℓ e vértices P_1, P_2, \dots, P_8 , numerados no sentido horário. Considere que P_1P_4 , P_3P_6 , P_5P_8 e P_7P_2 são diagonais desse octógono. Seja Q_1 o ponto de interseção entre os segmentos P_1P_4 e P_7P_2 . Sejam Q_2 , Q_3 e Q_4 os outros pontos de interseção entre as diagonais, também numerados no sentido horário como indicado na Figura.



- a) Qual é a área do quadrado $Q_1Q_2Q_3Q_4$ (em função de ℓ)?

O quadrado tem lado ℓ , logo sua área é ℓ^2 .

(Continua)

Questão 1 (Continuação)

b) Quanto mede o segmento P_1Q_1 (em função de ℓ)?

Aplicando Pitágoras no triângulo retângulo e isósceles $P_1P_2Q_1$ tem-se que o lado P_1Q_1 mede $\frac{\sqrt{2}}{2} \ell$.

(Continua)

Questão 1 (Continuação)

c) Qual é a área do octógono $P_1P_2 \dots P_8$ (em função de ℓ)?

Pelos itens anteriores, o triângulo $P_1P_2Q_1$ e o retângulo $P_2P_3Q_2Q_1$ têm áreas iguais a, respectivamente, $\frac{1}{4} \ell^2$ e $\frac{\sqrt{2}}{2} \ell^2$. Assim, a área do octógono é igual a $2(1 + \sqrt{2}) \ell^2$.



Questão 2 (Valor: 2,5 pontos)

Seja $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = |x - 20| - |x - 2| + |x + 2| - |x + 20|$.

a) Calcule $f(0)$.

$$f(0) = |0 - 20| - |0 - 2| + |0 + 2| - |0 + 20| = 20 - 2 + 2 - 20 = 0.$$

b) Calcule $f(f(6))$.

$$\begin{aligned} f(6) &= |6 - 20| - |6 - 2| + |6 + 2| - |6 + 20| = 14 - 4 + 8 - 26 = -8 \\ f(f(6)) &= f(-8) = |-8 - 20| - |-8 - 2| + |-8 + 2| - |-8 + 20| = 28 - 10 + 6 - 12 = 12. \end{aligned}$$

(Continua)

Questão 2 (Continuação)

c) Encontre todas as soluções reais de $f(f(f(f(x)))) = 4x$.

Tem-se

$$g(x) = f(f(x)) = \begin{cases} -36, & x \leq -12 \\ 4(x+4) - 4, & -12 \leq x \leq -3 \\ 0, & -3 \leq x \leq 3 \\ 4(x-4) + 4, & 3 \leq x \leq 12 \\ 36, & x \geq 12 \end{cases}$$

$$h(x) = g(g(x)) = f(f(f(f(x)))) = \begin{cases} -36, & x \leq -6 \\ 16(x+4) - 4, & -6 \leq x \leq -\frac{15}{4} \\ 0, & -\frac{15}{4} \leq x \leq \frac{15}{4} \\ 16(x-4) + 4, & \frac{15}{4} \leq x \leq 6 \\ 36, & x \geq 6 \end{cases}$$

O gráfico de h é uma poligonal com 5 lados. Ao procurar a interseção de cada lado com a reta $y = 4x$, encontram-se 5 soluções para $h(x) = 4x$:

$$x = -9, \quad x = -5, \quad x = 0, \quad x = 5, \quad x = 9.$$



Questão 3 (Valor: 2,5 pontos)

Seja P a parábola de equação $y = x^2$.

- a) Seja C_1 o círculo de equação $x^2 + (y-1)^2 = 1$. Calcule o raio de C_1 .

Pela equação, o raio de C_1 é igual a 1.

- b) Encontre todos os pontos de interseção entre a parábola P e o círculo C_1 .

Substituindo-se $y = x^2$ na equação $x^2 + (y-1)^2 = 1$, tem-se $x^2 + (x^2 - 1)^2 = 1$ ou $x^4 - x^2 = 0$.

As raízes são $x = -1$, $x = +1$ e $x = 0$ (raiz dupla).

Os pontos de interseção são, portanto, $(-1, +1)$, $(+1, +1)$ e $(0, 0)$ (sendo este último de multiplicidade 2).

(Continua)

Questão 3 (Continuação)

- c) Seja r um parâmetro real, $r > 0$. Considere C_r o círculo de centro $(0, r)$ e raio r . Encontre o número de pontos $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ comuns à parábola P e ao círculo C_r ; divida em casos, se necessário.

A equação de C_r é $x^2 + (y - r)^2 = r^2$ ou $x^2 + y^2 - 2ry = 0$.

Substituindo-se $y = x^2$, tem-se $x^2 + x^4 - 2rx^2 = 0$ ou $x^2(x^2 - (2r - 1)) = 0$.

Conclusão:

- Para $r > \frac{1}{2}$ há três pontos de interseção distintos:

$(-\sqrt{2r-1}, 2r-1)$, $(\sqrt{2r-1}, 2r-1)$ e $(0, 0)$ (este último com multiplicidade 2).

- Para $r = \frac{1}{2}$ há um único ponto de interseção: $(0, 0)$ (com multiplicidade 4).
- Para $0 < r < \frac{1}{2}$ há um único ponto de interseção real: $(0, 0)$ (com multiplicidade 2).



Questão 4 (Valor: 2,5 pontos)

Uma urna contém 40 bolinhas. Dentre as 40 bolinhas, 20 são vermelhas e numeradas de 1 a 20; as outras 20 são azuis e também numeradas de 1 a 20.

- a) Retira-se uma bolinha ao acaso; depois de examinada, a bolinha é recolocada na urna. Qual é a probabilidade de que a bolinha seja vermelha?

Como metade das bolinhas é vermelha, a probabilidade pedida é $\frac{1}{2}$.

- b) Considere que duas bolinhas foram retiradas simultaneamente e ao acaso; depois de examinadas, as bolinhas são recolocadas na urna. Qual é a probabilidade de que a soma dos dois números seja par?

Há 20 bolinhas pares e 20 bolinhas ímpares. Há $2\binom{20}{2} = 380$ pares de bolinhas de mesma paridade e 400 pares de bolinhas de paridades opostas. A probabilidade desejada é $\frac{19}{39}$.

(Continua)

Questão 4 (Continuação)

- c) Retiram-se três bolinhas simultaneamente e ao acaso. Qual é a probabilidade de que as três bolinhas possam ser ordenadas de tal forma que os três números formem uma progressão aritmética?

Inicialmente contam-se as PAs crescentes possíveis com os inteiros de 1 a 20. A razão r da PA deve ser um inteiro no intervalo $1 \leq r \leq 9$. Dada a razão r , a PA tem a forma $(a, a + r, a + 2r)$ e deve-se, portanto, ter $1 \leq a \leq 20 - 2r$, resultando em $20 - 2r$ valores possíveis para a . O número de PAs é, portanto,

$$18 + 16 + \cdots + 2 = 90.$$

Para cada PA, há 8 conjuntos de bolinhas que realizam aquela PA. Há, portanto, 720 conjuntos de bolinhas favoráveis dentre um total de $\binom{40}{3} = 9880$ conjuntos possíveis de três bolinhas. Assim, a probabilidade pedida é $\frac{720}{9880} = \frac{18}{247}$.

